Краткие сообщения ОИЯИ №14-86 *JINR Rapid Communications No.14-86*
УДК 539.12.01

УЧЕТ КВАРКОВЫХ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ В NN-ВЗАИМОДЕЙСТВИИ В РАМКАХ МОДЕЛИ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ /ЗАДАЧА ДВУХ И ТРЕХ НУКЛОНОВ/

В.Н.Ефимов

Рассмотрена модель граничных условий /ГУ/ NN-взаимодействия с зависящим полюсным образом от энергии ГУ, совпадающим с Р-матрицей Джаффе-Лоу, что является существенно новым подходом к данной проблеме. Внутренняя волновая функция построена с учетом качественных результатов модели составных кварковых мешков /СКМ/. Параметры короткодействующего NN-потенциала, имеющего ту же структуру, что и в модели СКМ, определяются по фазам NN-рассеяния. В рассмотренной модели с внешним ОРЕ-потенциалом рассчитаны для широкого интервала значений b /радиуса ГУ/ дублетная длина a_2 nd-рассеяния и энергия связи трития E_T. Для b = 1,196 фм получено a_2 = 0,63 фм и E_T = = 8,30 МэВ, что хорошо согласуется с экспериментом /экспериментальные значения a_2 = 0,65$\pm$0,05 фм, E_T = = 8,48 МэВ/. Результаты работы можно рассматривать как вполне успешную первую попытку совместного расчета трехнуклонных характеристик a_2 и E_T для ОРЕ-потенциала с учетом кварковых степеней свободы в рамках указанной модели.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ.

Consideration of Quark Degrees of Freedom in NN-Interaction in the Framework of Boundary Condition Model (The Problem of Two and Three Nucleons)

V.N.Efimov

The boundary condition model (BC) of NN-interaction with energy dependent BC which has energy pole and coincides with Jaffe-Low P-matrix is considered. The interior wave function has been constructed making allowance for the quality results of quark compound bag (QCB) model. The short range NN-potential has the structure as in QCB model but its parameters are determined via the phases of NN-scattering. The doublet length a_2 of nd-scattering and the binding energy of ^3H E_T for a wide interval of b (the radi-

us BC) in the model with the external OPE-potential are calculated. For b = 1.196 fm the values a_2 = = 0.63 fm and E_T = 8.30 MeV are obtained that agree well with the experiment (experimental values are a_2 = 0.65±0.05 fm and E_T = 8.48 MeV). The results of this work may be considered as the first successful attempt of a joint calculation of the three-nucleon parameters a_2 and E_T for the OPE-potential in the model which takes into account the quark degrees of freedom.

The investigation has been performed at the Laboratory of Neutron Physics, JINR.

1. Ниже будет рассмотрен метод учета кварковых степеней свободы в короткодействующих компонентах $V_{in}(r)$ NN-взаимодействия в рамках модели граничных условий /МГУ/ /1/, рассматривающей нуклоны как бесструктурные образования. Исходные положения рассматриваемого метода следующие:

1/ s-волновая функция $\psi_E(r)$ двух нуклонов с энергией E, имеющая асимптотический вид

$$\psi_E(r) \approx (\sin kr + \operatorname{tg}\delta \cos kr)/kr, \quad r \to \infty, \qquad /1/$$

где $k^2 = ME$, M - масса нуклона, $\delta = \delta(E)$ - s-фаза NN-рассеяния, при $r = b+0$ удовлетворяет граничному условию

$$b\frac{d}{dr}[r\psi_E(r)]/[r\psi_E(r)]_{r=b+0} = F(E), \qquad /2/$$

$$F(E) = F_0 - F_1 E - R_0/(E_0 - E). \qquad /3/$$

2/ При $r < b$ $\psi_E(r)$ имеет вид

$$\psi_E^{(i)}(r) = \phi_E(r) - D(E)\chi_E(r), \qquad \chi_E(b) = 0, \qquad /4/$$

а при $r > b$ удовлетворяет уравнению Шредингера с известным потенциалом $V_{ext}(r)$ /теоретико-полевым или феноменологическим/:

$$\frac{d^2}{dr^2} r\psi_E(r) + [k^2 - MV_{ext}(r)]\, r\psi_E(r) = 0, \qquad /5/$$

причем выполняются только условия непрерывности $\psi_E(r)$:

$$\psi_E(b+0) = \psi_E(b-0), \quad \psi_E'(b+0) - \psi_E'(b-0) = \Delta\psi'. \qquad /6/$$

3/ При различных энергиях E и E' волновые функции ортогональны:

$$\langle\psi_E \cdot \psi_{E'}\rangle = \int_0^\infty r^2 dr \psi_E(r)\, \psi_{E'}(r) = C(E)\,\delta(E-E'), \qquad /7/$$

где $C(E)$ - нормировочная константа.

2. Определение логарифмической производной $F(E)$ /2/ и ее представление /3/ тождественно совпадают соответственно с определением и выражением в нерелятивистских обозначениях P-матрицы, введенной при анализе NN-рассеяния с учетом кварковой структуры нуклонов /2-4/. Известно, что P -матрица непосредственно связана с динамикой 6q-кластера, локализованного в области $r < b$, "внешнее" проявление которой в МГУ учитывается с помощью $F(E)$ вида /3/. Следовательно, согласно /3/ b в /1/ и E_0 в /3/ следует считать связанными соответственно с радиусом R_6 и ближайшим примитивом $\sqrt{s_0}$ 6q-мешка:

$$b = 1{,}14 R_6, \quad s_0 = 4(M^2 + ME_0), \qquad /8/$$

причем линейный по E член в /3/ соответствует учету далеких примитивов в линейном приближении, что приводит к условию

$$F_1 > 0. \qquad /9/$$

Учет кварковой структуры нуклонов связан не только с выбором $F(E)$ /3/ с полюсной зависимостью от E / P-матрица Джаффе-Лоу/, но и с представлением /4/ внутренней волновой функции $\psi_E^{(i)}(r)$. Выражение /4/ написано по аналогии с представлением в модели составных кварковых мешков /СКМ/ /5,6/ полной 6-кварковой функции $\Psi_E^{(i)}$ в области $r < b$:

$$\Psi_E^{(i)} = \Phi_E^{(N)}(r)\,\Psi_{N_1}\Psi_{N_2} + \tilde{\Psi}_{6q}(E), \qquad /10/$$

где Ψ_{N_1}, Ψ_{N_2} - трехкварковые бесцветные нуклонные кластеры,

$$\tilde{\Psi}_{6q}(E) = (\hat{A}-1)\Phi_E^{(N)}(r)\,\Psi_{N_1}\Psi_{N_2} + \Psi_{6q}(E), \qquad /11/$$

$\hat{A}$ - оператор антисимметризации по кваркам, относящимся к различным нуклонам, $\Psi_{6q}(E)$ - суперпозиция собственных состояний СКМ. Заметим, что из условия конфайнмента и из определения $\Psi_{6q}(E)$ вытекает условие

$$\tilde{\Psi}_{6q}(E)\big|_{r=b+0} = 0, \qquad /12/$$

которое учтено в /4/.

Определим далее в области $r < b$ нуклонную компоненту $\Psi^{(i)}_{NN}(E)$ полной $6q$-функции $\Psi^{(i)}_{E}$ как ее проекцию на s-компоненту относительного движения двух бесцветных нуклонных $3q$-кластеров:

$$\Psi^{(i)}_{NN}(E) = \psi^{(i)}_{N}(r, E)\Psi_{N_1}\Psi_{N_2}, \qquad /13/$$

$$\psi^{(i)}_{N}(r, E) = \langle\Psi_{N_1}\Psi_{N_2}, \Psi^{(i)}_{E}\rangle_{r<b}, \qquad /14/$$

где символ $\langle\ \rangle_{r<b}$ означает интегрирование по всем переменным, кроме r, при условии $r < b$. В соответствии с /13/ полную $6q$-функцию $\Psi^{(i)}_{E}$ можно записать в виде

$$\Psi^{(i)}_{E} = \Psi^{(i)}_{NN}(E) + \Psi^{(i)}_{q}(E), \qquad /15/$$

причем "кварковая" компонента $\Psi^{(i)}_{q}(E)$ в силу ее определения будет ортогональна при любых энергиях к нуклонной компоненте $\Psi^{(i)}_{NN}(E)$:

$$\langle\Psi^{(i)}_{NN}(E), \Psi^{(i)}_{q}(E')\rangle = 0, \qquad /16/$$

а для $\psi^{(i)}_{N}(r,E)$ в /13/ согласно /10/ и /11/ будем иметь

$$\psi^{(i)}_{N}(r, E) = \Phi^{(N)}_{E}(r) + \psi^{(N)}_{6q}(r, E), \qquad /17/$$

где

$$\psi^{(N)}_{6q}(r, E) = \langle\Psi_{N_1}\Psi_{N_2}, \tilde{\Psi}_{6q}(E)\rangle_{r<b}. \qquad /18/$$

Заметим, что $\psi^{(N)}_{6q} \neq 0$ в силу хотя бы того, что состояния СКМ в /11/ содержат отличные от нуля NN-компоненты [7].

3. Приведенных в п.2 соотношений вполне достаточно для построения в МГУ /2/, /3/ модельной внутренней волновой функции $\psi^{(i)}_{E}(r)$ /4/, качественно учитывающей ряд следствий модели СКМ, и соответствующего внутреннего потенциала $V_{in}(r)$. Заметим, что для бесструктурных нуклонов в /4/ следует взять $\chi_E(r) = 0$, а в /3/ опустить полюсный член. В работе [8] была рассмотрена МГУ с $F(E)$ /2/, линейно зависящей от энергии, и было показано, что $\phi_E(r)$ в /4/ имеет вид

$$\phi_E(r) = \psi_E(b)\,\phi_0(r), \quad \phi_0(r) = j_0(i\beta r)/j_0(i\beta b), \qquad /19/$$

где β - модельная константа, причем функции $\phi_E(r)$ /19/ соответствует действующий в области $r < b$ локальный зависящий от E потенциал

$$V_0(E, r) = (\beta^2 + E)\,\theta(b - r)\,. \qquad /20/$$

Далее будем полагать, что и при учете кварковой структуры нуклонов $\phi_E(r)$ в /4/ будет иметь тот же вид /19/. Тогда представление $\psi_E^{(i)}(r)$ /4/ в виде суммы двух компонент автоматически получится, если потребовать, чтобы функция $\psi_E^{(i)}(r)$ удовлетворяла уравнению Шредингера с потенциалом $V_0(E,r)$/20/, к которому добавлен некоторый зависящий от энергии факторизованный потенциал $\langle r|U|r'\rangle$:

$$\langle r|U|r'\rangle = U_c\,(E)\,g(r)\,g(r')\,\theta(b-r)\,\theta(b-r')/rr', \qquad /21/$$

с произвольным пока формфактором $g(r)$, определяющим вид компоненты $\chi_E(r)$ в /4/. Конкретный выбор $g(r)$ по аналогии с моделью СКМ [5,6]

$$g(r) = \sin(\pi r/b) \qquad /22/$$

позволяет записать $\chi_E(r)$ в виде

$$\chi_E(r) = \psi_E(b)\,\chi_0(r)\,, \qquad /23/$$

$$\chi_0(r) = \frac{b^2}{r}\sin(\pi r/b)\,/[(\beta b)^2 + \pi^2]\,, \qquad /24/$$

удовлетворяющем условию $\chi_E(b) = 0$.

Окончательно выражение /4/ для модельной функции $\psi_E^{(i)}(r)$ можно представить в виде, аналогичном /15/, выделив в /4/ "нуклонную" компоненту /аналог выражения /17// и "кварковую" компоненту. Для этого следует положить

$$D(E) = N_q + \mathcal{G}(E)\,, \qquad /25/$$

что приводит к следующему результату:

$$\psi_E^{(i)}(r) = \tilde{\psi}_{NN}^{(i)}(r, E) + \tilde{\psi}_q^{(i)}(r, E)\,, \qquad /26/$$

где согласно /19/, /23/ и /25/

$$\tilde{\psi}_{NN}^{(i)}(r, E) = \psi_E(b)\,[\,\phi_0(r) - N_q\chi_0(r)]\,, \qquad /27/$$

$$\tilde{\psi}_q^{(i)}(r, E) = -\psi_E(b)\,\mathcal{G}(E)\,\chi_0(r)\,, \qquad /28/$$

а параметр N_q в /27/ определяется из условия, аналогичного условию /16/:

$$\int_0^b r^2 dr\,\tilde{\psi}_{NN}^{(i)}(r, E)\,\tilde{\psi}_q^{(i)}(r, E') = 0\,. \qquad /29/$$

4. Следующий шаг заключается в определении параметра β в /20/ и вида $U_c(E)$ в /21/, которое основывается на использовании условия ортогональности /7/ волновых функций с различными энергиями E и E'. Из асимптотического вида /1/ $\psi_E(r)$ и из /2/ следует, что соотношение /7/ можно записать в виде

$$\int_0^b r^2 dr \psi_E^{(i)}(r)\, \psi_{E'}^{(i)}(r) = -\frac{b}{M}\; \frac{F(E)-F(E')}{E-E'} \psi_E(b)\, \psi_{E'}(b)\,, \qquad /30/$$

откуда, в частности, следует условие

$$\partial F/\partial E \leq 0, \qquad /31/$$

вывод которого в МГУ [1] основан на использовании принципа причинности. Полагая далее, что в $F(E)$ /3/ полюсный член соответствует "кварковой" компоненте $\tilde{\psi}_q^{(i)}(r, E)$ в $\psi_E^{(i)}(r)$ /26/, и используя /29/, получим

$$\int_0^b r^2 dr\, [\, \phi_0(r) - N_q\, \chi_0(r)]^2 = bF_1\, /M\,, \qquad /32/$$

$$\mathcal{G}(E)\, \mathcal{G}(E')\, J_0 = \frac{R_0}{M(E_0 - E)(E_0 - E')}\,, \qquad /33/$$

где $bJ_0 = \int_0^b r^2 dr \chi_0^2(r)$.

Соотношение /32/ связывает параметр β в потенциале /20/ с параметром F_1 в граничном условии /2/, /3/, что возможно только при выполнении условия /9/, а из /33/ следует выражение для $\mathcal{G}(E)$:

$$b\mathcal{G}(E) = \epsilon_p \left(\frac{R_0}{E_0}\; \frac{b^2}{ME_0 J_0}\right)^{1/2} \frac{E_0}{E_0 - E}\,, \qquad /34/$$

где ϵ_p может принимать два значения

$$\epsilon_p = -1\,, \quad \epsilon_p = +1\,. \qquad /35/$$

Выражение для $U_c(E)$ в нелокальном потенциале /21/ следует из того факта, что волновая функция $\psi_E^{(i)}(r)$ /4/ в области $r < b$ удовлетворяет уравнению Шредингера с потенциалом в виде суммы потенциалов /20/ и /21/. Использование соотношений /25/-/29/ и /22/-/24/ приводит к результату

$$b^3 U_c(E) = -\,[1 + N_q/\mathcal{G}(E)]\, \frac{b}{J_1}\,, \qquad /36/$$

где $J_1 = \int_0^b r\, dr\, g(r)\, \chi_0(r)$.

Внутренний потенциал V_{in} должен содержать кроме компонент /20/ и /21/ также компоненту вида $V_1(E)\, b\delta(r-b)$, обеспечивающую, наряду с непрерывностью волновой функции $\psi_E(r)$, скачок ее производной /условие /6//. Вид $V_1(E)$ можно получить при интегрировании по интервалу $r(b-\epsilon, b+\epsilon)$, $\epsilon \to 0$ уравнения Шредингера для волновой функции $\psi_E^{(i)}(r)$ /4/ и из соотношений /2/, /19/ и /23/:

$$b^2 V_1(E) = F(E) - \beta b \operatorname{cth} \beta b + D(E)\left[\frac{d}{dr} r\chi_0(r)\right]_{r=b} . \qquad /37/$$

Таким образом, в МГУ /2/, /3/ полный внутренний потенциал V_{in}, являющийся суммой компонент /20/, /21/ и потенциала $V_1(E)\, b\delta(r-b)$ с $V_1(E)$ /37/, имеет такую же структуру, что и эффективный NN-потенциал в модели СКМ[6]. Однако параметры потенциала связаны простыми соотношениями /32/ и /34/ с параметрами F(E) /3/, определяемыми по экспериментальным значениям s-фаз NN-рассеяния. Далее, внутренний потенциал V_{in} наряду с воспроизведением граничного условия /3/ обеспечивает также ортогональность волновых функций /7/, что является весьма важным фактором /не нарушается закон сохранения энергии/. Наконец, в рассмотренной модели не фигурирует явным образом кварковая структура нуклонов, следовательно, система трех нуклонов будет описываться уравнениями Фаддеева без каких-либо модификаций.

5. Рассмотренная выше МГУ /2/, /3/ с внешним OPE-потенциалом была применена к задачам двух и трех нуклонов в центральном приближении $V_t(r) = 1{,}75\, V_s(r)$, где $V_t(r)$ и $V_s(r)$ соответственно триплетный и синглетный потенциалы. Потенциал в области $r > 0{,}8$ фм факторизовался с рангом 2 с помощью метода полиномов, ортогональных с весом потенциала[9]. По экспериментальным триплетным /25-800 МэВ л.с./ и синглетным /25-650 МэВ л.с./ s-фазам NN-рассеяния[10,11] на основании /1/, /2/, /5/ были найдены в зависимости от E значения F(E), которые минимизировались выражением /3/. При этом F(E) /3/ нормировалась так, чтобы модель воспроизводила экспериментальные значения энергии связи дейтрона $\epsilon_d = 2{,}2246$ МэВ[12] /канал $^3S_1$ / и синглетной длины рассеяния $a_s = -23{,}719$ фм[12] /канал $^1S_0$/. Далее вычислялись теоретические фазы δ_{th} и находились значения χ^2 на точку для указанных выше интервалов энергии. В таблице указаны значения χ_t^2 и χ_s^2 для триплетных и синглетных s-фаз в зависимости от b. Там же указаны значения вычисляемых в модели эффективных радиусов r_{0t} и r_{0s} и триплетной длины рассеяния a_t, а также значения полюсов E_{0t} и E_{0s} в F(E) /3/ соответственно для каналов $^3S_1$ и $^1S_0$.

Таблица

Зависимость от b значений χ^2 для s-фаз NN-рассеяния, полюсов E_0 в /3/, эффективных радиусов r_0 соответственно для каналов $^3S_1$ и $^1S_0$, триплетной длины рассеяния a_t, дублетной длины a_2 nd-рассеяния и энергии связи трития E_T. Для $b < 1,21$ фм использовалась квадратичная экстраполяция параметров $F(E)$ /3/

b, фм	χ_t^2	χ_s^2	E_{0t}, МэВ	E_{0s}, МэВ	r_{0t}, фм	r_{0s}, фм	a_t, фм	a_2, фм	E_T, МэВ
1,186								1,00	7,83
1,190								0,85	8,02
1,196								0,63	8,30
1,21	1,62	2,88	356,3	417,5	1,708	2,628	5,405	0,17	8,93
1,23	1,39	2,78	340,5	398,5	1,709	2,636	5,407	−0,35	9,66
1,25	1,21	2,70	325,8	381,0	1,709	2,644	5,408	−0,71	10,19
1,27	1,07	2,62	312,0	365,0	1,709	2,652	5,409	−0,96	10,58
1,29	0,98	2,55	298,5	350,0	1,709	2,658	5,410	−1,14	10,85
1,31	0,89	2,50	286,8	336,0	1,709	2,665	5,411	−1,31	11,09
1,33	0,85	2,45	275,0	322,3	1,709	2,670	5,412	−1,46	11,31
1,35	0,82	2,42	263,8	309,8	1,708	2,675	5,412	−1,59	11,51
1,37	0,80	2,40	253,0	297,8	1,708	2,680	5,413	−1,73	11,74
1,39	0,80	2,36	242,5	286,0	1,708	2,685	5,413	−1,86	11,89

Для приведенных в таблице значений b на основе уравнений Фаддеева была вычислена дублетная длина a_2 nd -рассеяния. Из таблицы видно, что a_2 очень плавно и монотонно меняется в зависимости от b, единственного варьируемого параметра модели, причем экспериментальному значению a_2 = = 0,65±0,05 фм /13/ соответствует b = 1,196 фм. Указанные в таблице значения a_2 соответствуют $\epsilon_p = -1$ в /34/, тогда как $\epsilon_p = +1$ приводит к $a_2 \sim 10 \div 15$ фм. В таблице приведены также значения энергии связи трития E_T для тех же значений b. Видно, что E_T также весьма плавно и монотонно меняется в зависимости от b, а при b = 1,196 фм E_T = = 8,30 МэВ очень хорошо согласуется с экспериментом /E_T = = 8,48 МэВ/.

Автор весьма признателен В.Б.Беляеву, А.Л.Зубареву и В.А.Николаеву за ряд полезных обсуждений и замечаний и выражает глубокую благодарность И.И.Шелонцеву и Н.Ю.Шириковой за многочисленные советы и консультации в процессе выполнения численных расчетов.

Литература

1. Feshbach H., Lomon E.L. Ann.Phys., 1964, 29, p.19.
2. Jaffe R.L., Low F.E. Phys.Rev., 1979, D19, p.2105.
3. Jaffe R.L., Shatz M.P. Preprint CALT-68-775, 1980.
4. Simonov Yu.A. Phys.Lett., 1981, 107B, p.1.
5. Симонов Ю.А. ЯФ, 1982, 36, с.722.
6. Симонов Ю.А. ЯФ, 1983, 38, с.1542.
7. Matveev V.A., Sorba P. Lett.Nuovo Cim., 1977, 20, p.435.
8. Efimov V.N., Schulz H. Nucl.Phys., 1978, A309, p.344.
9. Ефимов В.Н. ОИЯИ, 4-5741, Дубна, 1971.
10. Dubois R. et al. Nucl.Phys., 1982, A377, p.554.
11. Arndt R.A. et al. Phys.Rev., 1983, D28, p.97.
12. Lomon E., Wilson R. Phys.Rev., 1974, C9, p.1329.
13. Dilg W., Koester L., Nistler W. Phys.Lett., 1971, 36B, p.208.

Рукопись поступила 14 января 1986 года.